## Análisis de Sistemas No Lineales

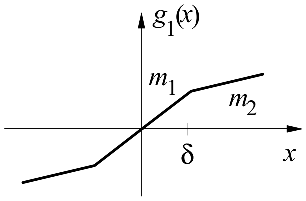
## Problemas del Capítulo 4

**Problema 4.1.** Sea $N : C[0,\infty) \to C[0,\infty)$ un operador no lineal invariante en el tiempo y sin memoria de la forma $(Nx)(t) = n[x(t)], \forall t \geq 0$ donde $n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función continua. La entrada de referencia es una señal constante *k*. Muestre que un sistema lineal invariante en el tiempo con función de transferencia $H(s)$ es una casi-linealización óptima de *N* si y sólo si $H(0) = n(k)/k$ .

**Problema 4.2.** Dados dos operadores $N_1$ y $N_2$, donde $N_i : C[0,\infty) \to C[0,\infty)$, su suma $N_1 + N_2$ es el operador $[(N_1 + N_2)x](t) = (N_1x)(t) + (N_2x)(t)$ . Si $r \in \mathbf{F} = \left\{ x \in C[0,\infty) : \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t)dt < \infty \right\}$ es una entrada de referencia dada, demuestre que si $H_i$ es una casi-linealización óptima de $N_i$, $i = 1,2$ , entonces $H_1 + H_2$ es una casi-linealización óptima de $N_1 + N_2$.

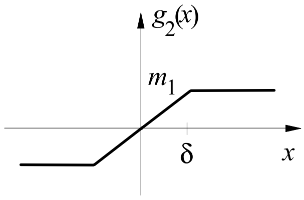
**Problema 4.3.** Usando los resultados del problema anterior, muestre que la función descriptora del operador $N_1 + N_2$ es $\eta_1(a,\omega) + \eta_2(a,\omega)$.

**Problema 4.4.** Verifique que la no linealidad de la Fig. 1 es la suma de no linealidades de las Fig. 2 y 3, respectivamente, y que la función descriptora de la función suma es la suma de las funciones descriptoras de las no linealidades individuales $\eta_2(a,\omega)$ y $\eta_3(a,\omega)$ .



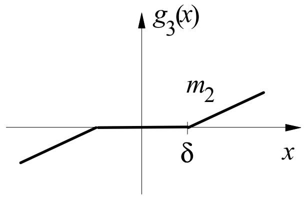

$$g_1(x) = \begin{cases} m_1 x, & \text{si } x < \delta, \\ m_1\delta + m_2 x, & \text{si } x \geq \delta. \end{cases}$$

Fig. 1




$$g_2(x) = \begin{cases} m_1 x, & \text{si } x < \delta, \\ m_1\delta, & \text{si } x \geq \delta. \end{cases}$$

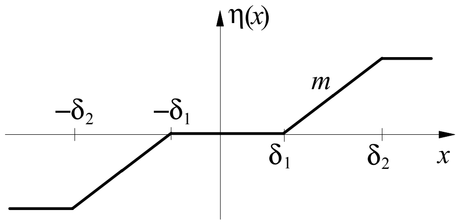
Fig. 2



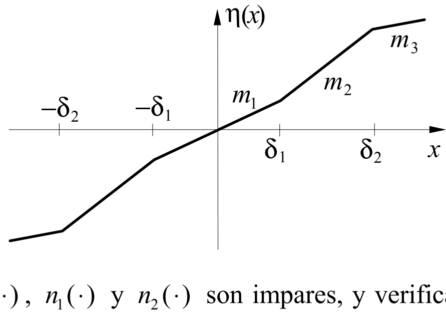

$$g_3(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < \delta, \\ m_2 x, & \text{si } x \geq \delta. \end{cases}$$

Fig. 3

**Problema 4.5.** Usando los resultados del Problema 4.3, muestre que la función descriptora del limitador de zona muerta mostrado en la figura es $\eta(a) = m\left[ f(\delta_2/a) - f(\delta_1/a) \right]$



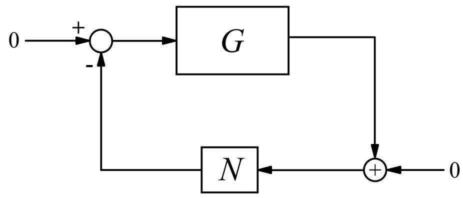

**Problema 4.6.** Usando los resultados del Problema 4.3, mostrar que la función descriptora del elemento lineal-por-tramos mostrado en la figura es $\eta(a) = (m_1 - m_2) f(\delta_1/a) + (m_2 - m_3) f(\delta_2/a) + m_3$




**Problema 4.7**. Las funciones $n(\cdot)$, $n_1(\cdot)$ y $n_2(\cdot)$ son impares, y verifican $n_1(\sigma) \leq n(\sigma) \leq n_2(\sigma), \forall \sigma \geq 0.$ Si $\eta(\cdot)$, $\eta_1(\cdot)$ y $\eta_2(\cdot)$ son sus funciones descriptoras, muestre que $\eta_1(a) \leq \eta(a) \leq \eta_2(a)$ , $\forall a > 0$ .

**Problema 4.8.** Considere el sistema realimentado formado por la función transferencia

$$G(s) = \frac{(s+20)(s+30)}{(s+1)(s+2)(s+4)}$$




y una no linealidad estática sin memoria *N*. Determine si existen soluciones periódicas cuando *N* es

(*a*) la función signo (Fig. 1).

(*b*) la saturación (Fig. 2) con $m = 4$ y $\delta = 2$.

(*c*) la zona muerta (Fig. 3) con $m = 2$ y $\delta = 0.1$.

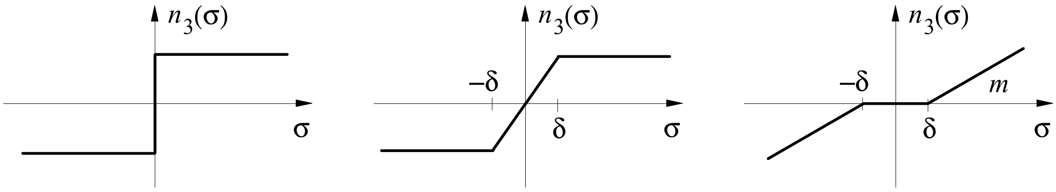


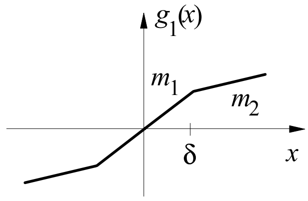

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

**Problema 4.9.** Aplique el criterio de Tsypkin para el sistema del Problema 4.8 con una realimentación tipo signo. Compare la frecuencia y amplitud de la oscilación con las calculadas por el método aproximado

**Problema 4.10.** Considere el sistema realimentado formado por la función transferencia

$$G(s) = \frac{100}{(s+2)(s+5)(s+10)}$$

y un elemento no lineal *N* como el que se muestra en la figura, donde $m_1 = 13$, $m_2 = 12$ y $\delta = 1$.




Determine si el sistema exhibe soluciones periódicas, y en caso afirmativo, calcule las cotas superior e inferior de la amplitud y frecuencia de la oscilación. Observe que la brecha entre las cotas es menor que para el Ejemplo 4.2.78 (p. 122), donde $m_1 = 15$, $m_2 = 10$, $\delta = 1$. Justifique.

**Problema 4.11.** Considere el sistema realimentado formado por la función transferencia

$$G(s) = \frac{10(10-s)}{(s+2)(s+3)(s+5)}$$

y el elemento no lineal *N* que se muestra en la Fig. 1, con pendiente $m = 20$ y $\delta = 0.01$.

(*a*) Determine si el sistema exhibe soluciones periódicas, y en caso afirmativo, calcule las cotas superior e inferior de la amplitud y frecuencia de la oscilación.

(*b*) Repita para la no linealidad de la Fig. 2.


Fig. 1 Fig. 2