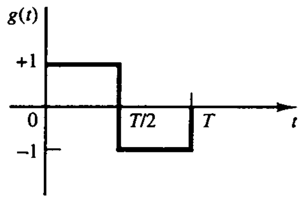
Comunicaciones Digitales

Trabajo Práctico 4

Transmisión en Banda Base

E.1. En un sistema PAM binario , la entrada al detector es $y_m = a_m + n_m + i_m$, donde $a_m = \pm 1$ es la señal deseada, n_m es una variable aleatoria Gaussiana de media cero con varianza σ^2 e i_m representa la interferencia inter-símbolo (ISI) debido a la distorsión del canal. El termino ISI es una variable aleatoria que toma valores $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$ con probabilidades $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ respectivamente. Determinar la probabilidad de error promedio en función de la varianza σ_n^2.

E.2. La secuencia de información $\{a_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ es una secuencia de variables aleatorias i. i. d., cada una de las variables toma valores +1 y -1 con igual probabilidad. Esta secuencia será transmitida en banda base por un esquema de codificación bifase descrito por $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT)$ donde g(t) se muestra en la siguiente figura:



1)Encontrar la densidad de potencia espectral de s(t)
2)Asumiendo que se desea que la densidad de potencia espectral se anule en f=1/T. Para lograr esto usamos un esquema de precodificación introduciendo $b_n = a_n + k.a_{n-1}$, donde k es una constante, luego transmitimos la secuencia $\{b_n\}$ usando la misma g(t). ¿Es posible elegir un valor de k de manera que se anule el espectro en f=1/T ?. Si es así , ¿ Cual es el valor apropiado de k y el espectro resultante ?
3)Asumir ahora que se desean anulaciones en frecuencias múltiplos de $f_o=1/4T$. ¿Es posible lograr esto con la elección apropiada de k ? Si no es así diga que clase de predecodificación sugeriría para lograr dichas anulaciones.

E.3 Un canal cableado de 1000 Km de largo es usado para transmitir datos mediante modulación binaria PAM . A lo largo del sistema se colocan repetidores regenerativos cada 50 Km. Cada sección del canal tiene una respuesta en frecuencia ideal en la banda $0 \leq f \leq 1200$Hz y una atenuación de 1dB/km. El canal es AWGN.
1)¿Cual es la velocidad de bit máxima a la que se puede transmitir sin ISI ?
2)Determinar el $\mathcal{E}_b/N_0$ requerido para lograr una probabilidad de error de bit $P_2 = 10^{-7}$ para cada repetidor.
3)Determinar la potencia transmitida por cada repetidor para lograr la $\mathcal{E}_b/N_0$ deseada donde $N_0 = 4.1*10^{-21}$ W/Hz.

E.4. Demostrar que para cualquier valor de α el espectro coseno elevado dado por:

$$X_{rc}(f)=\begin{cases} T, & \text{para } 0 \le |f| \le \dfrac{1-\alpha}{2T} \\ \dfrac{T}{2}\left[1+\cos\dfrac{\pi t}{\alpha}\left(|f|-\dfrac{1-\alpha}{2T}\right)\right], & \text{para } \dfrac{1-\alpha}{2T} \le |f| \le \dfrac{1+\alpha}{2T} \\ 0, & \text{para } |f| > 1\text{-}\alpha/2T \end{cases}$$

satisface la siguiente ecuación $\int_{-\infty}^{\infty} X_{rc}(f)df = 1$.

Ayuda : Usar el hecho de que $X_{rc}(f)$ satisface el siguiente criterio de Nyquist $\sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(f+\frac{m}{T}\right)=T$

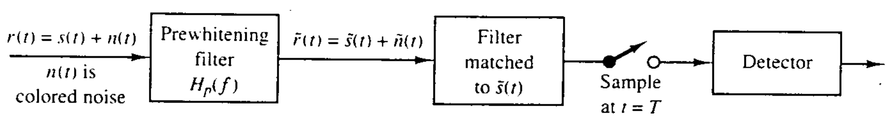
E.5. Un canal de voz telefónico tiene la siguiente característica en frecuencia pasa banda en el rango 300<f<3000Hz.

1)Seleccionar una velocidad de símbolo y un tamaño de constelación eficiente en potencia para lograr una señal de transmisión de 9600 bits/seg

2)Si el pulso del transmisor g(t) es un pulso coseno elevado, seleccionar un factor de roll-off. Asumir que el canal tiene una respuesta en frecuencia ideal.

E.6. Diseñar un sistema PAM M-ario que transmita información sobre un canal ideal con un ancho de banda W=2400Hz. La velocidad de bit es de 14.400 bits/sec. Especificar el número de puntos transmitidos, el número de puntos de la señal recibida usando un pulso duobinario y la $\mathcal{E}_b$ requerida para lograr una probabilidad de error de 10^{-6} . El ruido aditivo es gaussiano con media cero y densidad espectral 10^{-4} W/Hz

E.7. Cuando el ruido aditivo a la entrada del modulador es coloreado, el filtro acoplado a la señal de entrada deja de maximizar la relación SNR. En tal caso se puede considerar el uso de un prefiltro que "blanquee" el ruido coloreado. Este prefiltro es seguido de un filtro acoplado a la señal prefiltrada. Dicho esquema se muestra en la siguiente figura:



1)Determinar la respuesta en frecuencia del prefiltro que blanquea el ruido.

2)Determinar la respuesta en frecuencia del filtro acoplado a s^(t).

3)Considerar el prefiltro y el filtro acoplado como un filtro acoplado completo y determinar la respuesta en frecuencia de este ultimo .

4)Determinar la SNR en la entrada del detector.

E.8. La siguiente secuencia binaria 10010110010 es la entrada a un precodificador cuya salida es utilizada para modular un filtro de transmisión duobinario. Construir una tabla mostrando la secuencia precodificada, los niveles de amplitud transmitidos , los niveles de señal recibidos y la secuencia decodificada.

E.9. Repetir el problema anterior para una señal pulso duobinario modificado.

E.10.Considerar el uso de un pulso coseno elevado con un factor de roll-off unidad para transmitir datos PAM binarios en un canal ideal limitado en banda de manera que el puslo pasa sin distorsión .De este modo la señal transmitida es $v(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g_t(t-kT_b)$ donde el intervalo de tiempo de la señal es T_b= T/2. De este modo la velocidad de bit es el doble de la velocidad máxima requerida para no tener ISI.
1)Determinar los valores de ISI a la salida del demodulador filtro acoplado.
2)Dibujar el diagrama Trellis para el detector de secuencia de máxima verosimilitud y etiquetar los diferentes estados.

E.11.Un canal de microondas tiene una respuesta en frecuencia como la siguiente $C(f)=1+0.3\cos 2\pi fT$.
Determinar la respuesta en frecuencia para los filtros óptimos transmisores y receptores que producen cero ISI a la velocidad de 1/T simbolos/seg y tienen un 50% de exceso de ancho de banda. Asumir que el espectro del ruido aditivo es plano (no coloreado).

E.12.Un sistema de modulacion PAM M=4 es utilizado para transmitir a la velocidad de bit de 9600 bit/seg sobre un canal que tiene la siguiente respuesta en frecuencia $C(f)=\dfrac{1}{1+j\dfrac{f}{2400}}$, para | f | ≤ 2400 y para cualquier otra frecuencia C(f) = 0. El ruido aditivo es de media cero y densidad de potencia espectral $N_0/2$ W/Hz . Determinar la magnitud de la respuesta en frecuencia de los filtros de transmisión y recepción óptimos.

E.13.Un sistema PAM binario es utilizado para transmitir información sobre un canal que se puede representar como un filtro lineal sin ecualizar. Cuando a=1 es transmitido la salida del demodulador libre de ruido es:

$$x_m=\begin{cases} 0.3, & m=1 \\ 0.9, & m=0 \\ 0.3, & m=-1 \\ 0.0, & \text{para cualquier otro valor} \end{cases}$$

1)Diseñar un ecualizador lineal (zero forcing) que tenga tres coeficientes de modo que la salida sea:

$$q_m=\begin{cases} 1, & m=0 \\ 0, & m=\pm 1 \end{cases}$$

2) Determinar q_m para m = ±2 y m = ±3 mediante la convolución de la respuesta impulsiva del ecualizador y el canal.

E.14.La transmisión de un pulso con espectro en frecuencia coseno elevado a través de un canal da como resultado las siguientes muestras libres de ruido a la salida del demodulador:

$$x_k=\begin{cases} -0.5, & k=-2 \\ 0.1, & k=-1 \\ 1, & k=0 \\ -0.2, & k=1 \\ 0.05, & k=2 \\ 0, & \text{para cualquier otro valor} \end{cases}$$

1)Determinar los valores de los coeficientes de un ecualizador lineal de tres coeficientes basado en el criterio de zero-forcing.
2)Con los coeficientes hallados en el inciso anterior, determinar la salida del ecualizador para el caso de un pulso aislado. Determinar la ISI residual y su extensión en el tiempo.

E.15. Un canal limitado en banda no ideal introduce ISI sobre tres simbolos sucesivos. La respuesta (libre de ruido) del demodulador filtro acoplado muestreado en el tiempo T=kT es la siguiente:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t-kT)dt = \left\{ \begin{array}{ll} \mathcal{E}_b, & k=0 \\ 0.9\ \mathcal{E}_b, & k=\pm 1 \\ 0.1\ \mathcal{E}_b, & k=\pm 2 \end{array} \right\} \quad 0, \text{ para todo otro valor.}$$

1)Determinar los coeficientes de un ecualizador de tres coeficientes que ecualiza la respuesta del canal a una señal duobinaria $_{yk}$ $y_k = \mathcal{E}_b$ para k=0 y K=1 e y_k=0 para todo otro valor.
2)Suponer que el ecualizador del inciso anterior esta seguido por en detector de secuencia Viterbi para la señal parcial. Dar un estimación de la probabilidad si el ruido es aditivo gaussiano con $N_0/2$ W/Hz.

Simulaciones Matlab

S.1. Escribir un programa que compute la potencia espectral $S_v(f)$ de una señal $v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT)$ cuando el pulso g(t)=$\frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{2\pi t}{T}\right)$, para $0\leq t \leq T$ y cero para todo otro valor y a secuencia de amplitudes $\{a_n\}$ tiene la siguiente función correlación

$$R_m(m)= \begin{cases} 1, & m=0 \\ 1/2, & m=1, -1 \\ 0, & \text{para todo otro valor} \end{cases}$$

S.2. Escribir un programa de simulación que implemente el siguiente canal :

$$x_n= \begin{cases} 1, & n=0 \\ -0.25, & n=\pm 1 \\ 0.1, & n=\pm 2 \\ 0, & \text{para todo otro valor} \end{cases}$$

y compute el error de bit cuando 10.000 datos binarios {±1} son transmitidos a través de este canal. El canal esta corrupto por ruido aditivo gaussiano con varianza σ^2=0, 0.1, 0.2, 0.5, y 1 respectivamente.

S.3.Repetir el problema anterior para el siguiente canal:

$$x_n = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0.25, & n=\pm 1 \\ 0, & \text{para todo otro valor.} \end{cases}$$

S.4.Escribir un programa que compute la respuesta impulsiva total de la cascada de cualquier filtro transmisor $g_T(n)$ con su filtro acoplado en el receptor. Esta computación debe ser realizada mediante el uso de la DFT de la siguiente manera. Rellenar $g_T(n)$ con N-1 o mas ceros y computar la 2N-1 DFT .Esto nos da $G_T(k)$. Luego formar $|G_T(k)|^2$ y computarle su 2N-1 IDFT. Todo esto evaluarlo para el siguiente filtro :

$$|G_T(f)||G_T(f)| = \frac{1}{W}\cos\left(\frac{\pi f}{2W}\right), \text{ para } |f| \leq W \quad \text{y cero para toto otro valor de f,}$$

y comparar este resultado con la respuesta impulsiva ideal obtenida de muestrear $x_{rc}(t)$ a la $F_s=4/T$. Recordar de la teoría que: $G_T(f)G_R(f)=X_{rc}(f)$, donde $X_{rc}(f)$ es la respuesta en frecuencia coseno elevado.

S.5Escribir un programa que tome una secuencia de datos $\{D_k\}$, la precodifique para un sistema de transmisión de pulso duobinario modificado obteniendo $\{p_k\}$, y haga el mapeo de la secuencia precodificada en niveles de transmisión $\{a_k\}$. Luego de la secuencia transmitida formar la secuencia libre de ruido $\{b_k=a_k-a_{k-2}\}$ y usando la siguiente relación $p_k=D_k \oplus p_{k-2}$ (mod M) recuperar la secuencia de datos $\{D_k\}$ .Correr el programa para una secuencia de datos $\{D_k\}$ pseudo aleatoria para niveles de pulso de transmisión M=2 y M=4.

S.6.Considerar el siguiente pulso $x(t) = \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{2t}{T}\right)^2}$ distorsionado por el canal . El pulso es muestreado a una velocidad de 2/T y ecualizado por un ecualizador zero-forcing con 2K+1=11 coeficientes. Escribir un programa que calcule los coeficientes del ecualizador. Graficar la salida del ecualizador para 50 valores muestreados.

S.7.Escribir un programa que calcule los coeficientes de un ecualizador FIR de largo arbitrario 2K+1 basado en el criterio MSE, teniendo como entrada los valores muestreados del pulso x(t) tomados a la velocidad de simbolo y una densidad espectral de ruido aditivo gaussiano N_0. Evaluar los coeficientes del ecualizador cuando las muestras de la señal x(t) son:

$$x(nT) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0.5, & n=\pm 1 \\ 0.3, & n=\pm 3 \\ 0.1, & n=\pm 4 \end{cases}$$

y $N_0=0.01$ y $N_0=0.1$. También evaluar el mínimo MSE para los coeficientes del ecualizador optimo.

Trabajo Práctico 4 Fecha de entrega
