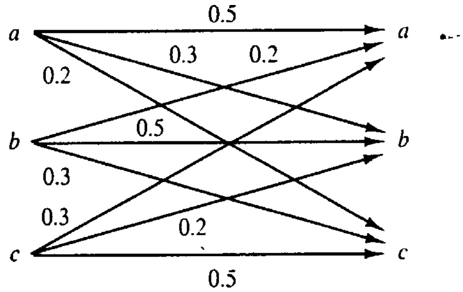
Comunicaciones Digitales

Trabajo Práctico 6

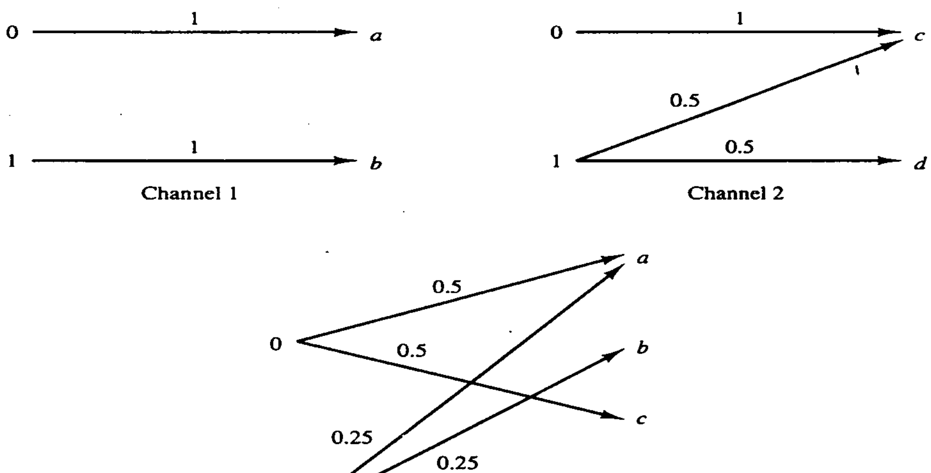
Codificación

E.1.Encontrar la capacidad del canal de la siguiente figura.



E.2.Encontrar la capacidad de un canal formado por n canales simétricos con la misma probabilidad cruzada ε (crossover probability) conectados en cascada. Cual es la capacidad del canal cuando n tiende a infinito?

E.3. En la siguiente figura podemos ver los canales 1 , 2 y 3 respectivamente:



1)Encontrar la capacidad del canal 1. Con que distribución a la entrada se logra esta capacidad ?
2)Encontrar la capacidad del canal 2. Con que distribución a la entrada se logra esta capacidad ?
3)Dados : C_3, capacidad del canal 3, C_2, capacidad del canal 2 y C_1 , capacidad del canal 1:
Cual de las siguientes relaciones es verdadera y porque?
a)$C<1/2(C_1+C_2)$.
b)$C=1/2(C_1+C_2)$.
c)$C=1/2(C_1+C_2)$.

E.4.Encontrar la capacidad de un canal AWGN con un ancho de banda de 1MHz, potencia de 10W y densidad de potencia espectral $N_0/2=10^{-9}$ W/Hz.

E.5.Cada muestra de una fuente gaussiana sin memoria tiene una varianza igual a 4 y la fuente produce 8000 muestras /segundo. La misma debe ser transmitida a través de un canal AWGN con un ancho de banda de 4000Hz y es deseable que la distorsión por muestra no exceda 1 cuando llega al receptor (asumiendo distorsión de error cuadrático).

1)Cual es la mínima SNR de canal requerida?

2)Si luego asumimos que sobre el mismo canal se emplea un esquema BPSK con decodificación con decisión por hardware (hard-decision decoding), cual será la mínima SNR de canal requerida?

E.6.Graficar la capacidad de un canal AWGN en función de $\mathcal{E}_b/\mathcal{N}_0$. El mismo emplea señalización binaria antipodal con detección bit a bit optima en el receptor .En el mismo eje graficar la capacidad del mismo canal cuando la señalización es del tipo binaria ortogonal.

E.7. Encontrar la matriz generadora **G** y de chequeo de paridad **H** del código (5,2) que mapea las palabras 00,01,10,11 en C={00000,10100,01111,11011}. Verificar que todas las palabras código del código original satisfacen la relación $\mathbf{cH}^t = \mathbf{0}$.

E.8.Mediante el listado de todas las palabras código de un código Hamming (7,4) verifique que su distancia mínima es igual a 3.

E.9.Compare la probabilidad de error en bloque de un sistema sin codificar con uno que utiliza un código Hamming (15,11). La velocidad de transmisión es $R=10^4$ bits/seg., el canal es AWGN , la potencia recibida es de 1μW y la densidad de potencia espectral $N_0/2$. El esquema de modulación es BPSK y se utiliza decodificación con decisión por software. Responder se debería utilizar decodificación con decisión por hardware.

E.10.Para que valores de k existe un código cíclico (n,k) si n=6? Listar todos los posibles k con sus respectivos polinomios generadores.

E.11.Diseñar un codificador para un código cíclico (15,11).

E.12.Diseñar un código cíclico (6,2) eligiendo el polinomio generador mas corto posible.

1)Determinar la matriz generadora **G (**en forma sistemática) y encontrar todas las posibles palabras código.

2)Cuantos errores pueden ser corregidos por este código?

3)Si este código es utilizado en conjunción con un esquema BPSK en un canal AWGN con potencia P=1Watt, densidad de potencia espectral $N_0=2*10^{-6}$ W/Hz , ancho de banda $W=6*10^4$Hz y la información es transmitida a la máxima velocidad teórica mientras que se evita la ISI. Encontrar el limite superior de la probabilidad de error en bloque asumiendo que el receptor utiliza un esquema de decisión por software.

E.13. Un código convolucional es descrito por los siguientes vectores generadores:

$\mathbf{g}_1$=[10 0] ,$\mathbf{g}_2$=[1 0 1] , $\mathbf{g}_3$=[1 1 1].

1)Dibujar el codificador correspondiente a este código.

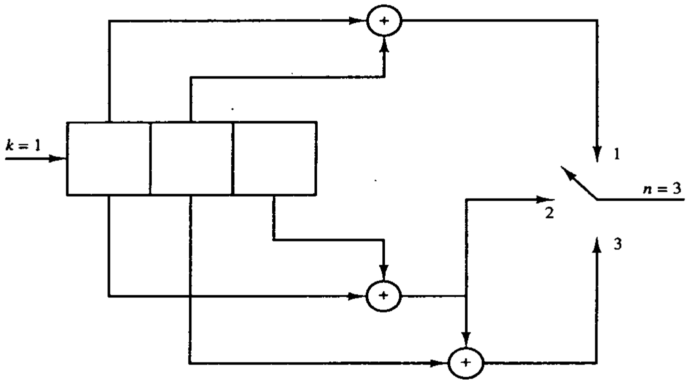
2)Dibujar el diagrama de transición de estados.

3)Dibujar el diagrama Trellis.

4)Encontrar la función transferencia y la distancia libre.

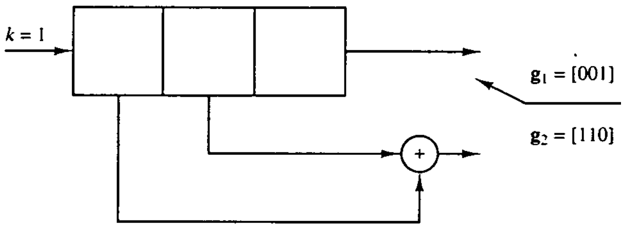
5)Verificar si el código es catastrófico o no.

E.14.El siguiente diagrama corresponde a un código binario convolucional .



1)Dibujar el diagrama de estados.
2)Encontrar la función transferencia T(D).
3)Cual es la mínima distancia libre del código.
4)Asumir que un mensaje fue codificado por este código y transmitido sobre un canal binario simétrico con una probabilidad de error $p=10^{-5}$ .Si la secuencia recibida es **r** = {110,110,110,111,010,101,101}, usando el algoritmo Viterbi encontrar la secuencia de bits transmitidos.
5)Encontrar un limite superior para la probabilidad de error del código cuando se utiliza un canal binario simétrico. Realizar una aproximación.

E.15.Para el código convolucional generado por el codificador de la figura:



1)Encontrar la función transferencia del código en la forma T(N,D).
2)Encontrar la distancia libre.
3)Si el código es usado en un canal que utiliza descodificación con decisión por hardware y cuya probabilidad cruzada (crossover probability) $p=10^{-6}$, usar el limite de decisión por hardware para encontrar un limite superior de la probabilidad de error promedio del código.

E.16.Un sistema modulacion codificada trellis utiliza un conjunto de señales PAM 8-ario, dicho conjunto es {±1, ±3, ±5, ±7} y el respectivo codificador trellis se presenta en la siguiente figura.
1)Usando en conjunto de reglas de particionamiento, particionar el conjunto de señales en cuatro subconjuntos diferentes.
2)Si el canal es AWGN y la salida del filtro acoplado es la siguiente secuencia {-0.2,1.1,6,4,-3,-4.8,3.3}, cual es la secuencia transmitida mas probable?

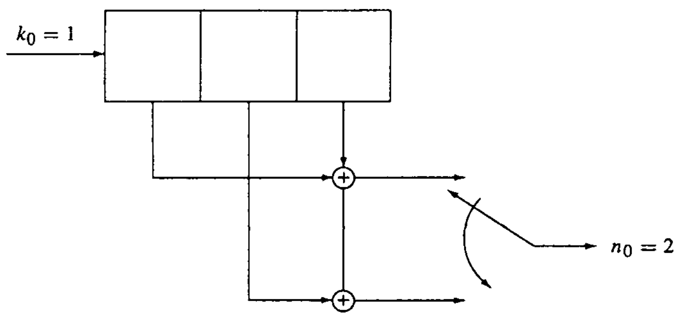
Simulación Matlab

S.1. Un canal Z tiene entrada y salida binaria , los alfabetos de entrada y salida son $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = \{0,1\}$ respectivamente y están caracterizados por p(0\1)=ε y p(1\0)=0 . Graficar la información mutua I(X,Y) en función de p=P(X=1) para ε=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1. determinar la capacidad de canal en cada caso.

S.2. Graficar la capacidad de canal de un canal binario simétrico que utiliza señalización binaria ortogonal en función de $\mathcal{E}_b/\mathcal{N}_0$.

S.3. Comparar la grafica de capacidad cuando se utiliza decodificación con decisión por hardware con la grafica de capacidad cuando la decisión es por software. En ambos casos se utiliza señales ortogonales. Comparar estos resultados con aquellos que se obtiene cuando se utiliza señales antipodales.

S.4. Hacer un programa en Matlab para encontrar la salida del codificador convolucional de la siguiente figura cuando la secuencia de entrada es 11001010101001011110101111010.



S.4. Un código convolucional esta descrito por :

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1)Si k=1 determinar la salida del codificador cuando la secuencia de entrada es 11001010101001011110101111010.
2)Repetir para k=2.

S.5. Generar una secuencia binaria equiprobable de largo 10000. Codificar esta secuencia utilizando el mismo codificador de la simulación 4. Generar cuatro secuencias binarias de error aleatorias, cada una de largo 2000 y con probabilidad de 1 igual a 0.01, 0.05, 0.1 y 0.2 respectivamente. Sumar (modulo 2) cada una de estas secuencias (una por vez) a la secuencia codificada y utilizar el algoritmo de Viterbi para decodificar. Para cada caso compare la secuencia decodificada con la codificada y determinar la tasa de error.

Trabajo Práctico 6 Fecha de entrega